CHAPITRE N°5 **PARTIE B** **TS**

OSCILLATEURS MECANIQUES

Introduction :
Les points de certain système mécanique décrivent des trajectoires particulières, au cours desquels ils occupent une même position à des dates différentes : ce sont des systèmes oscillants. Quelques paramètres comme la période et l'amplitude permettent de caractériser les mouvements oscillatoires simples.

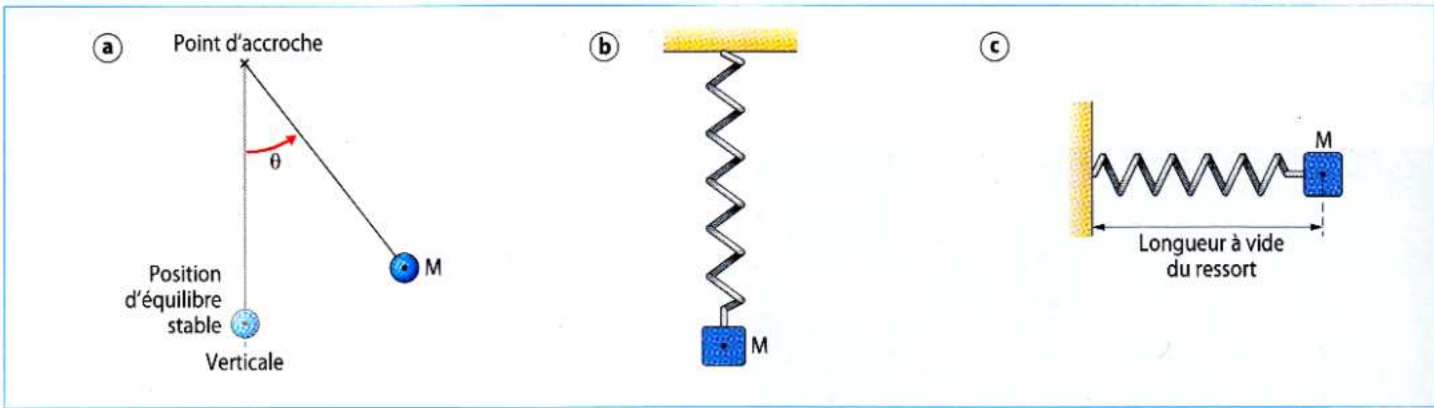
De très nombreux systèmes mécaniques sont oscillants comme la balançoire, les amortisseurs…

I. Les systèmes oscillants

1. Système à un degré de liberté

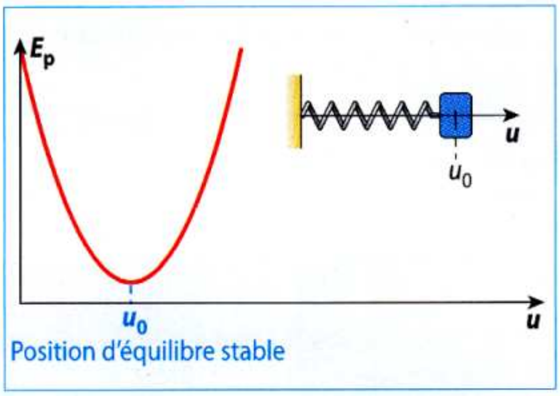
La position d'un point matériel le long d'une trajectoire prédéfinie peut-être repérée par un unique scalaire u(t), la variable de position. Le système à alors un degré de liberté.

Exemple d'oscillateur à un degré de liberté :



Dans chaque cas le centre de gravité M du système est astreint à se déplacer le long d'une trajectoire prédéfinie (un cercle pour le cas a, une droite pour le cas b et c)

2. Position d'équilibre stable



12 L'évolution de l'énergie potentielle du mobile avec la position u présente un minimum : il y a une position d'équilibre stable.

Lorsque l'énergie potentielle associée aux forces conservatives exercées sur le mobile présente un minimum pour la valeur u = u_0, cette dernière repère un point particulier : la position d'équilibre stable du mobile

3. Système mécanique oscillant et oscillations libres

Un système mécanique oscillant est un système dont le centre d'inertie G décrit un mouvement périodique, qui s'effectue de part et d'autre d'une position d'équilibre stable

Un oscillateur est dit libre si aucun système extérieur ne lui fournit de l'énergie après sa mise en mouvement.

Lorsque le pendule libre est non amorti, la période est nommée période propre notée T_0.

On rappel que la période (exprimée en seconde) d'un phénomène périodique est la plus petite durée au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même
On peut aussi définir la fréquence du phénomène périodique :

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \text{Avec} \begin{cases} f\text{: fréquence du phénomène (Hz)} \\ T\text{: période du phénomène (s)} \end{cases}$$

La date ou les oscillations libre débute est appelé **instant initial**. Les valeurs de la grandeur repérant la position et la vitesse à l'instant initial sont appelées **conditions initiales du mouvement**

Exemple :
Un pendule simple lâché sans vitesse initiale à pour conditions initiales :

$$\theta(t=0) = \theta_0 \neq 0 \text{ et } v = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = 0$$

II. Oscillateur libre non amorti

1. Mouvement

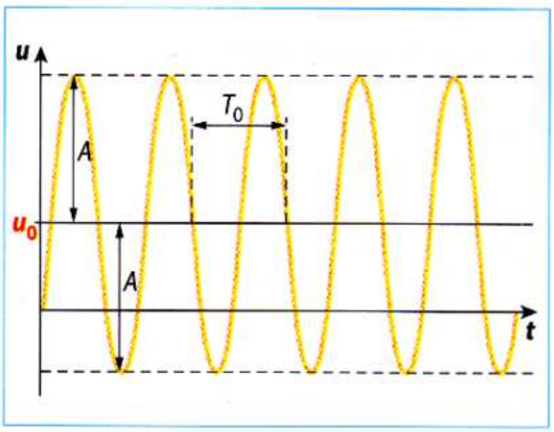
Un oscillateur libre est dit non amorti s'il n'est soumis à aucun frottement.
En l'absence de frottement, la variable repérant la position u(t) du mobile d'un oscillateur à un degré de liberté évolue de façon sinusoïdale :

$$\boxed{u(t) = u_0 + A.\cos(\omega_0.t + \varphi)}$$

- u_0 : valeur de u lorsque le mobile est dans sa position d'équilibre stable (u_0 s'exprime dans l'unité de u)
- A : amplitude du mouvement, toujours positive et exprimée dans l'unité de u
- ω_0 : pulsation propre du système (en $rad.s^{-1}$), reliée à la période propre T_0 (en s) par la relation :

$$\boxed{\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}}$$

- φ : phase à l'origine des dates (en rad), habituellement prise égale à 0.



14 L'évolution temporelle de la variable repérant la position d'un oscillateur non amorti est sinusoïdale. L'amplitude *A* et la période propre T_0 sont constantes.

2. Période et amplitude du mouvement

Les oscillations d'un oscillateur non amorti sont périodiques et non amortie : l'amplitude A du mouvement reste donc constante au cours du temps.

L'amplitude A et la phase à l'origine des dates φ sont déterminée par les conditions initiales tandis que la position d'équilibre stable et la pulsation propre ω_0 sont caractéristiques de l'oscillateur

- **cas du pendule pesant**

La période d'un pendule simple libre non amorti est la durée qui s'écoule entre deux passage successifs du centre d'inertie G par la même position avec des vecteurs vitesses identiques

absence de frottement	pas d'apport d'énergie
⇕	⇕

La période propre T_0 des oscillations libre d'un pendule pesant non amorti est donnée par :

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}} \quad \begin{cases} T_0 : \text{periode propre (s)} \\ \ell : \text{longueur du pendule (m)} \\ g : \text{valeur de la pensanteur } (m.s^{-2}) \end{cases}$$

Analyse dimensionnelle : $[T_0] = \sqrt{\frac{[\ell]}{[g]}} = \sqrt{\frac{L}{L \times T^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T$

La période propre du pendule simple a bien la dimension d'un temps

L'expérience montre que :

- La période T est indépendante de la masse m d'un pendule simple
- La période est proportionnelle à $\sqrt{\ell}$ avec ℓ la longueur du fil
- **La période d'un pendule pesant ne dépend pas de l'amplitude θ_m des oscillations si celle-ci reste petite (θ_m <10°) : on dit qu'il y a isochronisme des petites oscillations**

- **cas du système solide ressort**

La période propre T_0 des oscillations libre d'un dispositif solide ressort non amorti est donnée par :

$$\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \quad \begin{cases} \omega_0 : \text{pulsation propre (rad/s)} \\ T_0 : \text{période propre (s)} \\ m : \text{masse du solide (kg)} \\ k : \text{raideur du ressort } (N.m^{-1}) \end{cases}$$

Analyse dimensionnelle : $[T_0] = \sqrt{\frac{[m]}{[k]}} = \sqrt{\frac{M}{M.T^{-2}}} = \sqrt{\frac{1}{T^{-2}}} = T$

En effet k est en $N.m^{-1}$ et d'après la deuxième loi de newton (F=ma) le newton est équivalent à des $kg.m.s^{-2}$

Donc k à pour dimension : $M.T^{-2}$ et T_0 a bien la dimension d'un temps

3. Etude énergétique

Lorsqu'il est en mouvement, un oscillateur est le siège d'une succession d'échange énergétiques : l'énergie potentielle emmagasinée est transférée sous forme d'énergie cinétique et inversement

En l'absence de frottement (ou si ceux-ci peuvent être négligé, l'énergie mécanique de l'oscillateur reste constante. Sa valeur ne dépend que des conditions initiales (vitesse, amplitude)

$$\boxed{\mathbf{Em = Ec + Ep = cste}}$$

Remarque :

Dans le cas du pendule pesant, l'énergie potentielle à prendre en compte et l'énergie potentielle de pesanteur **Epp = m.g.h**

Dans le cas du système solide ressort, les énergies potentielles à prendre en compte son l'énergie potentille de pesanteur et l'énergie potentielle élastique lié au ressort **Epe = ½.k.x²**
Avec k : constante de raideur du ressort et x l'allongement du ressort

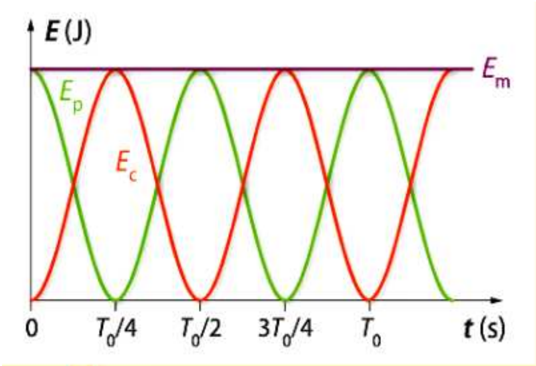


Fig. 4 Les transferts d'énergie dans un oscillateur non amorti. L'énergie potentielle E_p est périodiquement convertie en énergie cinétique E_c et inversement. L'énergie mécanique E_m est constante.

III. Oscillateur libre amorti

1. Dissipation d'énergie

Expérimentalement, les oscillations libres d'un oscillateur mécanique réel finissent toujours par s'arrêter : l'oscillateur est amorti.

En effet, sous l'effet des forces de frottements, l'évolution du mobile (appelée « relaxation de l'oscillateur » est telle qu'au bout d'une durée suffisamment longue :

- son énergie cinétique est nulle : il n'oscille plus
- son énergie potentielle est minimale : il se retrouve dans sa position d'équilibre stable.
- Son énergie mécanique a alors diminuée du fait des frottements : il y a eu dissipation d'énergie sous forme thermique.

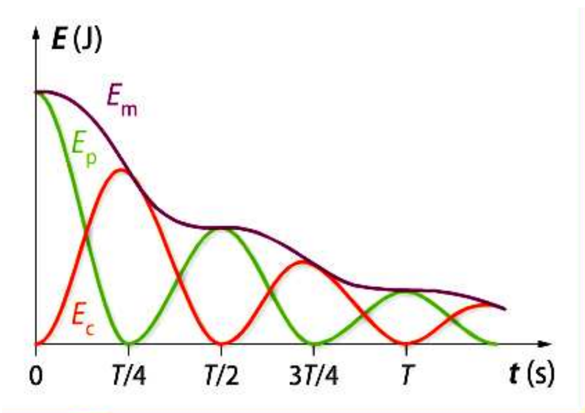


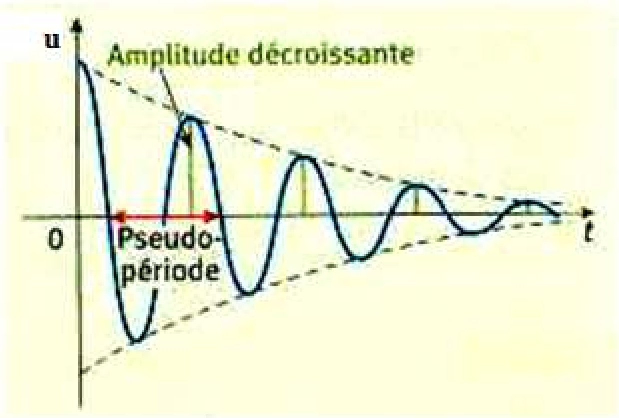
Fig. 6 En présence de frottements, l'énergie mécanique d'un oscillateur décroît.

Selon l'amortissement, on a différents régimes :

- pas d'amortissement : régime périodique (vu précédemment)
- amortissement faible : régime pseudo-périodique
- amortissement fort : régime apériodique

2. Cas d'un amortissement faible : le régime pseudo-périodique

Si un système oscillant est faiblement amorti ; il évolue en effectuant des oscillations dont l'amplitude maximale est décroissante. Ces oscillations ne sont plus rigoureusement périodiques : **on dit qu'elles sont pseudo-périodiques**

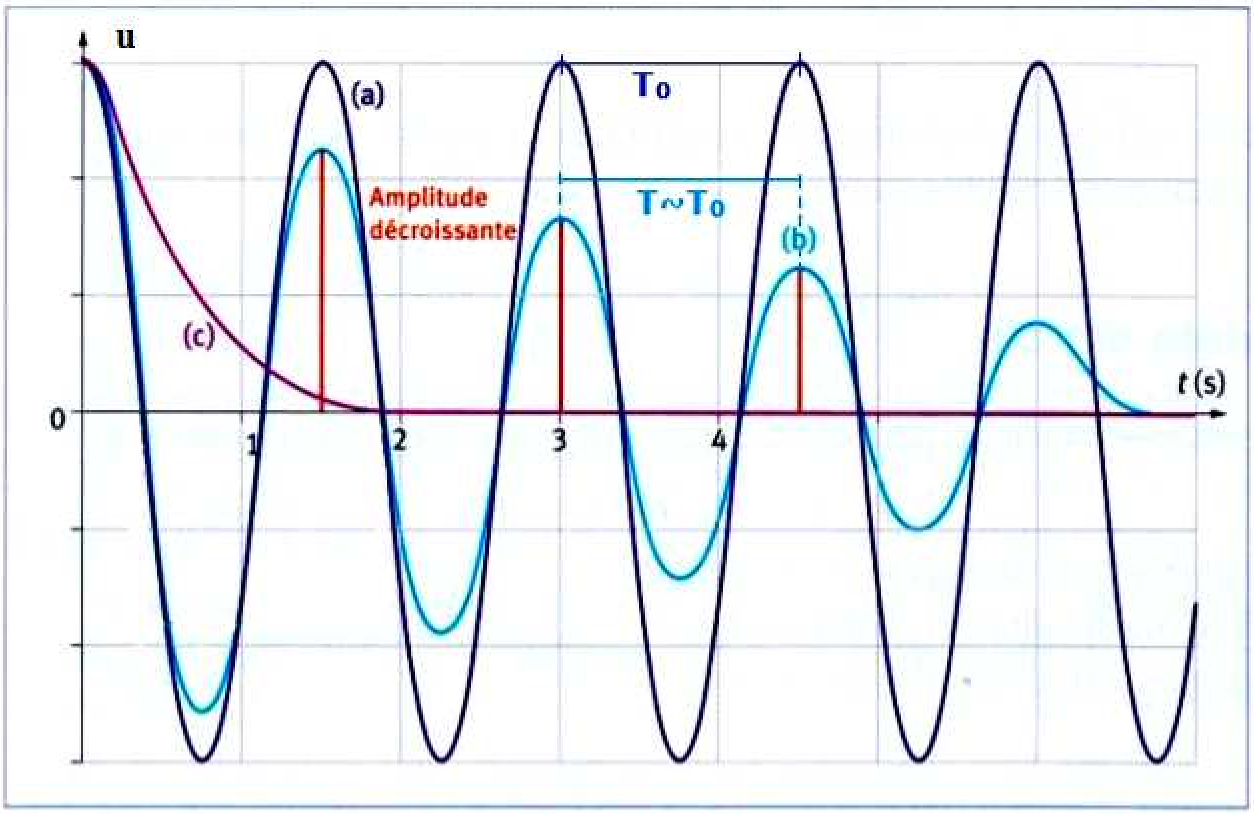


La pseudo période d'un mouvement pseudo-périodique est la durée séparant deux passages successifs, dans le même sens, de l'oscillateur.

La pseudo-période T des oscillations amortie est toujours supérieure à sa période propre T_0. Cependant, **si l'amortissement est faible, ces deux valeurs sont quasiment égales**

3. Cas d'un amortissement fort : le régime apériodique

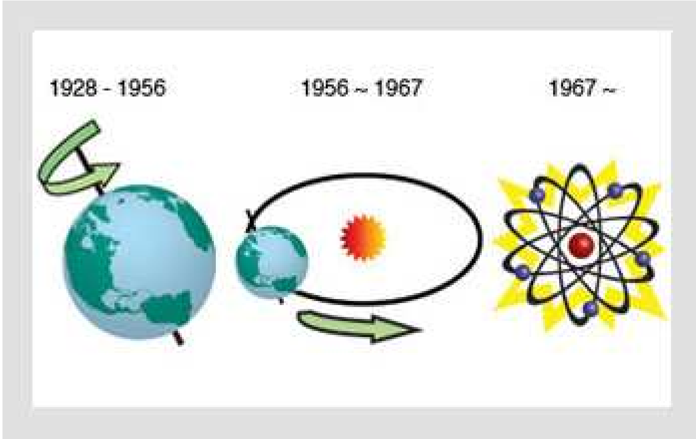
Plus l'amortissement croit et plus le nombre d'oscillations nécessaires pour que ces systèmes retrouvent leur position d'équilibre diminue.
Dans le cas d'amortissement très important, le système ne peut plus osciller : écarté de sa position d'équilibre, il la retrouve rapidement sans osciller. **Le mouvement est alors apériodique.**



Oscillations d'un système **(a)** non amorti, **(b)** faiblement amorti et **(c)** fortement amorti.

IV. La mesure du temps

Les définitions successive de la secondes se sont appuyées sur des mouvements périodiques astronomiques (jusqu'en 1967) ou sur des oscillations atomique particulières, mais les oscillateurs mécaniques n'ont jamais été utilisés comme étalon. En effet, même si la précision des horloge mécanique à oscillateur (balancier, ressort spiral ou quartz) a été considérablement améliorée, ces horloges sont difficilement reproductible à l'identique et elles présentent un défaut de justesse : la période des oscillations ne reste pas constante au cous du temps à cause de l'usure, de l'amortissement, des modifications de l'environnement… ce qui n'est pas le cas des horloge atomiques.



- <u>Première définition de la seconde</u>

Elle est liée à la rotation de la Terre sur elle même (Temps Universel ou TU)
Dans le référentiel géocentrique la Terre tourne sur elle-même. Le jour solaire est la durée qui s'écoule entre deux passages consécutifs du soleil dans le plan méridien d'un lieu. Le jour solaire vrai varie de près de 30 minutes au cours de l'année. Cela est du à deux faits :
La vitesse de rotation de la Terre sur elle-même dépend de sa distance au Soleil. Or cette distance varie lorsque le centre de la Terre décrit son orbite elliptique (vue dans le référentiel héliocentrique).
L'angle que forme le plan équatorial terrestre et le plan de l'orbite elliptique (plan de l'écliptique) varie également. Cet angle est nul aux équinoxes de mars (printemps dans l'hémisphère nord) et de septembre (automne dans l'hémisphère nord) et atteint 23° 27' aux solstices d'été (en juin) et d'hiver (en décembre)

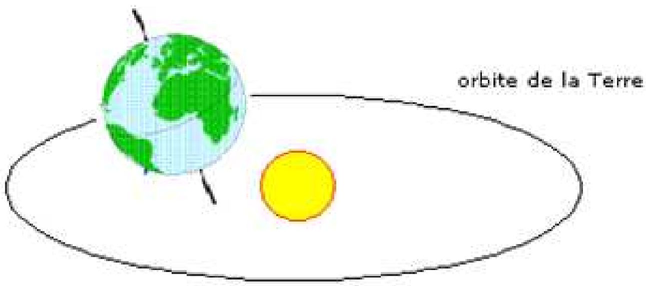
Les astronomes ont introduit le "jour solaire moyen", moyenne du jour solaire sur une période d'un an. Ce jour solaire moyen a une durée de 24 heures.

Première définition de la seconde : La seconde, unité de temps du système international d'unités, fut définie jusqu'en 1956 comme la fraction $\frac{1}{86400}$ du jour solaire moyen : $\boxed{1\ s = \left(\frac{1}{86400}\right) \text{jour solaire moyen}}$

L'échelle de temps qui correspond à cette définition de la seconde est le Temps Universel (échelle TU).
La précision était suffisante pour les utilisations habituelles mais elle était insuffisante pour l'étude de certains phénomènes (dérive des continents, rotation propre de la Terre, navigation aérienne, etc.). Les astronomes puis les physiciens ont introduit deux nouvelles définitions en 1960 puis en 1967-1968.

- <u>Deuxième définition de la seconde</u>

Elle est liée au mouvement de la Terre autour du Soleil (Temps des Ephémérides ou TE)
Dans le référentiel héliocentrique la Terre tourne autour du soleil.
L'année Tropique est la durée qui sépare le retour de deux équinoxes de mars (printemps dans l'hémisphère nord).
En moyenne, elle dure 365 jours 5 h 48 min 45,96 s soit 365,242 217 jours.



En 1960, la 11ème Conférence Générale des Poids et Mesures décide d'utiliser le mouvement de la Terre autour du Soleil pour définir l'unité de temps :

Deuxième définition de la seconde : La seconde de T.E. (Temps des Ephémérides) est définie comme la fraction $\frac{1}{31\,556\,925{,}9747}$ de l'année tropique commençant le 0 janvier 1900 à 12 h de Temps des Ephémérides :

$$\boxed{1\ s = \left(\frac{1}{31\,556\,925{,}9747}\right) \text{année tropique 1900}}$$

L'échelle de temps conçue avec cette nouvelle définition offrait l'avantage d'une meilleure stabilité à long terme (environ 1 seconde en 10 ans). Mais cette définition est assez difficile à comprendre par des non astronomes. De plus, le mouvement de la Terre présente, comme son mouvement de rotation propre, des irrégularités. Cela a conduit à l´abandon de cette échelle de temps au profit de l´échelle de temps atomique qui est encore utilisée à l´heure actuelle.

- <u>Troisième définition de la seconde</u>

Elle est basée sur une horloge atomique : la seconde et l'atome de césium 133 (Temps Atomique International ou TAI)

^{133}Cs

Nous avons vu qu'un atome peut se trouver dans différents états (niveaux d´énergie) qui sont quantifiés.

Une horloge atomique au césium fonctionne comme une horloge à quartz mais la fréquence du quartz est contrôlée et corrigé par un dispositif de régulation, piloté par la fréquence de la radiation correspondant à la transition entre deux sous niveaux d'énergie particuliers de l'état fondamental de l'isotope 133 du césium. Contrairement aux oscillateurs mécaniques, une telle fréquence est immuable et universelle.

Troisième définition de la seconde : La seconde est la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l´état fondamental de l´atome de césium 133, au repos.

Cette définition actuellement utilisée fut adoptée par la 13ème Conférence Générale du Bureau International des Poids et Mesures en 1967.

- <u>Remarque :</u>

Cette horloge atomique fait partie des instruments de physique les plus précis construits par l'homme. La stabilité et l'exactitude de ce type d'horloges permettant de mesurer le TAI(Temps Atomique International) sont estimées à 1 seconde pour 1,5 million d'années.

Terminons ce paragraphe en signalant que <u>l'échelle UT</u> continue, bien évidemment, à rythmer la vie civile. Moins précise que <u>l'échelle TAI</u>, elle doit être réajustée de temps en temps. Par exemple, le 31 Décembre 1999 on lui a soustrait 1 seconde.