# TRAVAIL D'UNE FORCE ET ENERGIE

# I. Travail d'une force

## 1. Transfert d'énergie par travail mécanique :

**Le travail d'une force est l'énergie fournie par cette force lorsque son point d'application se déplace. Le travail d'une force appliquée à un système est donc responsable de la variation d'énergie cinétique du système**

## 2. Travail d'une force constante

Une force est dite constante lorsque sa **valeur, son sens et sa direction ne varient pas** au cours du temps.

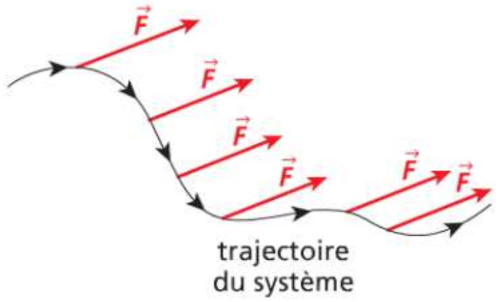


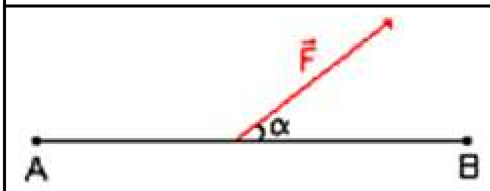
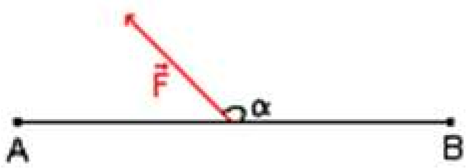
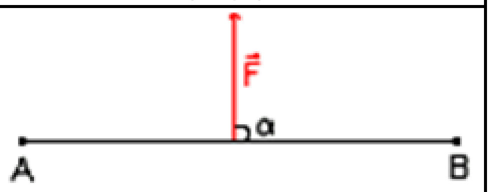
Fig. 2 Mouvement avec une force constante.

Dans un référentiel donné, le travail d'une force constante dont le point d'application se déplace d'un point A à un point B est défini par :

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{AB} = F.\,AB.\cos\alpha}$$

- $W_{AB}(\vec{F})$: travail exprimé en Joule (J)
- F valeur de la force en Newton (N)
- AB déplacement en mètre
- $\alpha$ étant l'angle ($\vec{F}$ ; $\vec{AB}$). (° ou rad)

On rappelle que le travail est une **grandeur algébrique**, qui peut donc prendre soit le signe positif, soit le signe négatif. On a alors trois types de travaux :

| $W_{AB}(\vec{F}) > 0$ | $W_{AB}(\vec{F}) < 0$ | $W_{AB}(\vec{F}) = 0$ |
|---|---|---|
| $0<\alpha<90°$ | $90°<\alpha<180°$ | $0=90°$ |
|   |   |   |
| On remarque que la force va favoriser le mouvement dans le sens du déplacement *AB* | La force va alors s'opposer au mouvement du solide | La force n'a pas d'effet sur le déplacement |
| Le **travail est moteur**. | Le **travail résistant**. | **Le travaille est nul** |

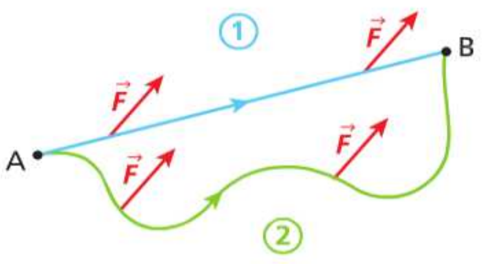
## 3. Force conservatives ou non conservative

**Une force est dite conservative si son travail entre deux points A et B ne dépend pas de la trajectoire suivie entre ces deux points.**

**Toutes les forces constantes sont conservatives** : le poids (dans un champ de pesanteur uniforme), la force électrique (dans un champ électrostatique uniforme). Il existe d'autre force conservative mais pas nécessairement constante comme la force de rappel d'un ressort par exemple.

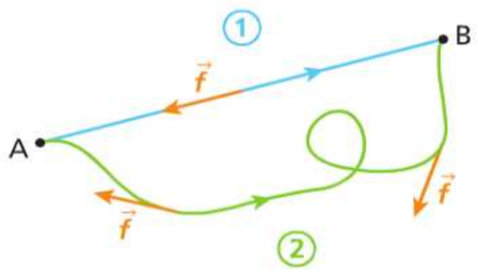
**ATTENTION**
Une force conservative n'est pas forcément une force constante !

Les forces de frottements, la force de tension d'un fil sont des forces non conservatives




$W_{AB}(\vec{F})_{\text{trajet } ①} = W_{AB}(\vec{F})_{\text{trajet } ②}$

**Fig. 4** Force conservative.




$W_{AB}(\vec{f})_{\text{trajet } ①} \neq W_{AB}(\vec{f})_{\text{trajet } ②}$

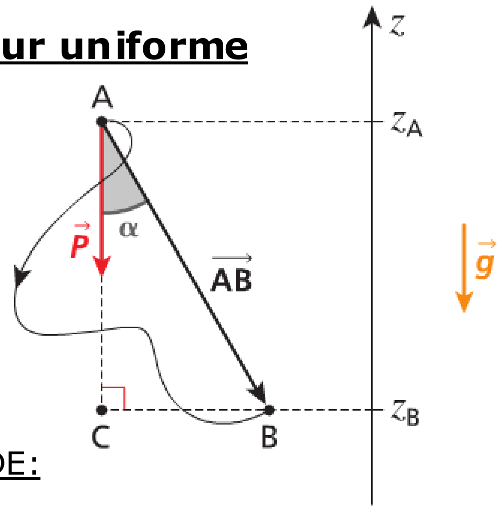
**Fig. 5** Force non conservative.

- **Remarque :**

Dans le cas d'une trajectoire fermée, c-à-d si le système revient à son point de départ :
- le travail d'une force conservatives est nul
- le travail d'une force non conservative n'est pas nul

# II. Travail d'une force conservative

## 1. Travail du poids dans un champ de pesanteur uniforme




Un objet de masse m parcourt un déplacement quelconque entre deux points A et B dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$.
Le poids exercé sur l'objet est une force constante d'expression $\vec{P} = m.\vec{g}$.

Le travail du poids P sur le trajet de A vers B vaut :

PREMIERE METHODE :

$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$

$= \vec{P}.(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})$

$= \vec{P}.\overrightarrow{AC} + \vec{P}.\overrightarrow{CB}$

$= \vec{P}.\overrightarrow{AC} + 0$ car $\vec{P} \perp \overrightarrow{CB}$

$= P.AC.\cos 0$

$= P.AC$

$= m.g.(z_A - z_B)$

DEUXIEME METHODE:

$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB}$

$= P.AB.\cos\alpha$

$= P.AB.\dfrac{AC}{AB}$ car $\cos = \dfrac{adj}{hyp}$

$= P.AC$

$= m.g.(z_A - z_B)$

**Un objet de masse m placé dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$ est soumis à sont poids $\vec{P}$. Lorsque cet objet se déplace d'un point A à un point B, le travail du poids est donné par la relation :**

$$\boxed{W_{AB}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B)}$$

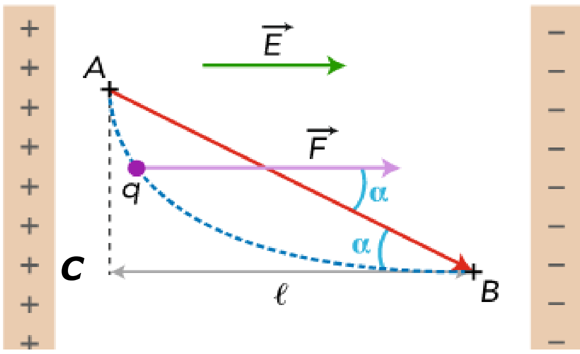
- $W_{AB}(\vec{P})$ en J
- m : masse de l'objet en kg
- g : intensité de la pesanteur en $m.s^{-2}$
- $(z_A - z_B)$ différence d'altitude entre A et B en m

Dans un champ de pesanteur uniforme, le travail du poids d'un objet ne dépend que des altitudes du point de départ et du point d'arrivée : <u>le poids est une force conservative.</u>

## 2. Travail de la force électrique dans un champ électrostatique uniforme

Dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$, la force électrostatique $\vec{F} = q.\vec{E}$ qui s'exerce sur une particule de charge q>0 assimilée à un point matériel est constante.

Lorsque la particule se déplace d'un point A à un point B, le travail de la force électrostatique est donnée par la relation :




<u>PREMIERE METHODE :</u>

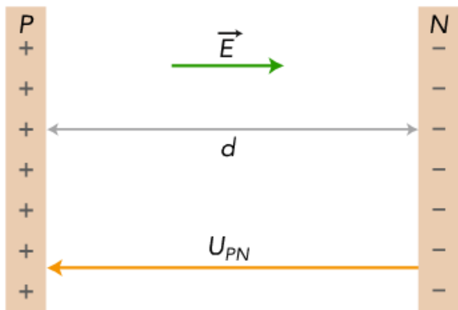
$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}) &= \vec{F}.\vec{AB} \\ &= \vec{F}.(\vec{AC}+\vec{CB}) \\ &= \vec{F}.\vec{AC} + \vec{F}.\vec{CB} \\ &= 0 + \vec{F}.\vec{CB} \qquad \text{car } \vec{F} \perp \vec{AC} \\ &= F.CB.\cos 0 \\ &= F.CB \\ &= |q|.E.CB \end{aligned}$$

<u>DEUXIEME METHODE:</u>

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{F}) &= \vec{F}.\vec{AB} \\ &= F.AB.\cos\alpha \\ &= F.AB.\frac{CB}{AB} \qquad \text{car } \cos = \frac{adj}{hyp} \\ &= F.CB \\ &= |q|.E.CB \end{aligned}$$

Or la valeur du champ électrostatique entre deux armatures P et N dépend de la tension $U_{PN}$ entre ces armatures et de la distance d qui les sépare :

$$\boxed{E = \frac{U_{PN}}{d}}$$




Et cette relation reste valable pour des point A et B qui appartiennent à l'espace situé entre les armatures, dans ce cas : $E = \frac{U_{CB}}{CB} \Leftrightarrow CB = \frac{U_{CB}}{E}$

Or le potentiel au point C est égal au potentiel au point A d'où $U_{CB} = U_{AB}$ et $CB = \frac{U_{AB}}{E}$

$$\begin{aligned} W_{AB}(\vec{P}) &= |q|.E.\frac{U_{AB}}{E} \\ &= |q|.U_{AB} \end{aligned}$$

**Une particule de charge q placée dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ est soumise à une force électrostatique $\vec{F}$. Lorsque cette particule se déplace d'un point A à un point B, le travail de la fore à laquelle elle est soumise est donnée par la relation :**

$$\boxed{W_{AB}(\vec{F}) = |q|.U_{AB}}$$

$\begin{cases} W_{AB}(\vec{F}) \text{ travail en J} \\ q \text{ : charge de la particule en C} \\ U_{AB} \text{ : tension électrique entre les point A et B en V} \end{cases}$

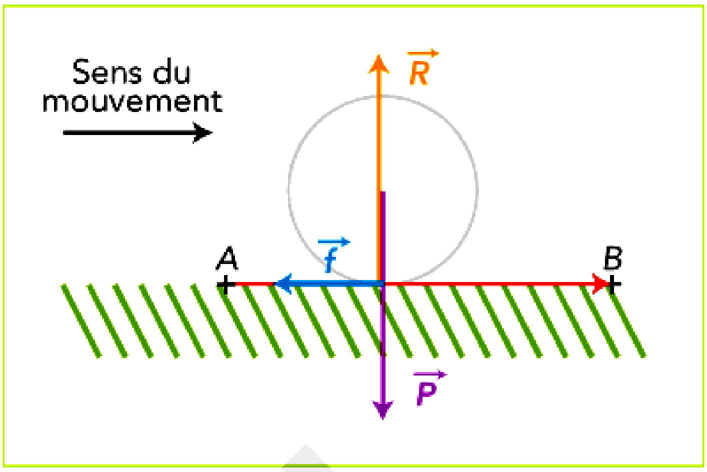
Dans un champ électrostatique uniforme, le travail de la force électrostatique à laquelle est soumise une particule ne dépend que des positions du point de départ et du point d'arrivée : <u>la force électrostatique est une force conservative.</u>

# III. Travail d'une force non conservative

## 1. Force de frottement solide

Un point M en contact avec un support solide fixe subit de la part de ce support une force appelée réaction du support. Elle se décompose en deux parties :
- une réaction $\vec{R}$ orthogonale au support, dirigée du support vers le système.
- Une force de frottement solide $\vec{f}$ de sens opposé à la vitesse et dont la direction se trouve dans le plan du support

Sur une trajectoire rectiligne, une force de frottement $\vec{f}$ d'intensité constante à même direction (celle du déplacement) et même sens (opposé au déplacement) à chaque instant.




**Doc. 6** Force de frottement $\vec{f}$ qui agit sur une balle de golf en mouvement rectiligne ($\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$).

## 2. Force de frottements fluides

Dans un fluide (air, eau,..) au repos dans le référentiel d'étude, un point matériel M en mouvement subit une force de frottement fluide $\vec{f}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :
- sa direction est parallèle à celle de la vitesse $\vec{v}$ du point matériel
- son sens est opposé au mouvement
- sa norme est d'autant plus grande que la vitesse est grande

Pour les faibles vitesses on a : $\vec{f} = - k. \vec{v}$
Pour des vitesses important on a $\vec{f} = - k'.v. \vec{v}$
Avec k et k' ders constante positives qui dépendent du fluide et de la forme de l'objet en mouvement.

## 3. Travail d'une force de frottement

L'expression du travail d'une force de frottement :

$W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{AB}$

$= f.AB.\cos\alpha$

$= - f.AB$ car $\alpha = 180°$

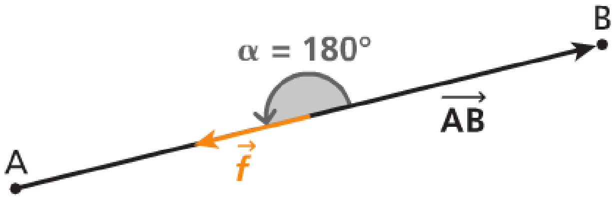



Fig. 10 Force de frottements sur une trajectoire rectiligne.

**Le travail d'une force de frottement f, d'intensité constante, sur un trajet rectiligne de A vers B vaut :**

$$\boxed{W_{AB}(\vec{f}) = - f.AB}$$

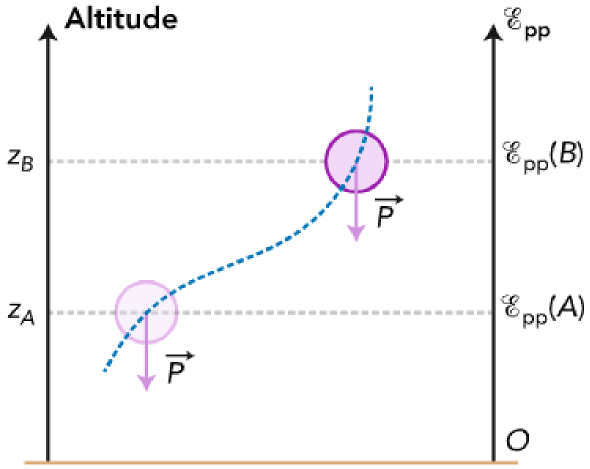
Ce travail est négatif, donc résistant : il réalise un transfert thermique vers l'extérieur

<u>Une force de frottement n'est pas une force conservative</u>. Le travaille de cette force sur un déplacement allant de A vers B, dépend du chemin emprunté. Plus il est long, plus le système perd de l'énergie par transfert thermique vers l'extérieur, assurée par le travail de la force de frottement.

# IV. Travail et énergie

## 1. Travail des forces conservatives et énergie potentielle

- **Cas de la force de pesanteur**




Le travail du poids lors du déplacement d'un point A vers un point B à pour expression :

$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.(z_A\text{-}z_B) = m.g.z_A - m.g.z_B$

Or l'énergie potentielle de pesanteur d'un système de masse m dont le centre de gravité est à l'altitude z est :

$E_{pp} = m.g.z$

On peut alors exprimer le travail du poids d'un système se déplaçant d'un point A vers un point B par :

$W_{AB}(\vec{P}) = Epp_A - Epp_B = -(Epp_B - Epp_A) = -\Delta Epp$

$\Delta$Epp est la variation d'énergie potentielle de pesanteur entre le point de départ A et le point d'arrivée B.

Le travail du poids d'un système se déplaçant entre deux points est l'opposé de la variation de son énergie potentielle de pesanteur entre ces deux points

- **Généralisation**

**La variation d'énergie potentielle d'un système se déplaçant d'un point A à un point B est égale à l'opposé du travail effectué par les forces conservatives de somme $\vec{F}_{conservatives}$ qui s'exercent sur le système :**

$$\boxed{\Delta E_p = Ep_B - Ep_A = -W_{AB}(\vec{F}_{conservatives})}$$

Remarque :
A toute force conservative on associe une énergie appelée énergie potentielle, on définie ainsi une énergie potentielle de pesanteur, une énergie potentielle électrique…
Une énergie potentielle n'est définie que pour les forces conservatives

## 2. Energie cinétique et travail des forces extérieures :

- **Rappel :**

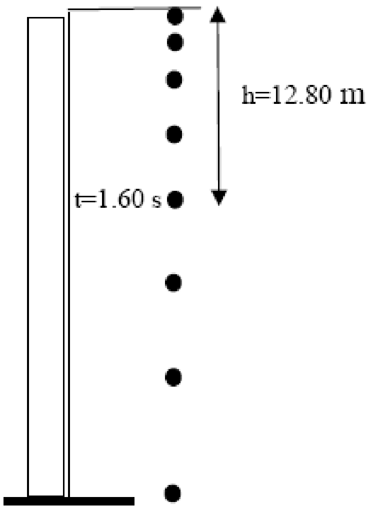
**Un solide de masse m animé d'un mouvement de translation à la vitesse v possède une énergie cinétique :**

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} m v^2} \quad \begin{cases} Ec : \text{énergie cinétique (J)} \\ m : \text{masse du système (kg)} \\ v : \text{vitesse du système (m.s}^{-1}\text{)} \end{cases}$$

- **Expérience de chute libre**

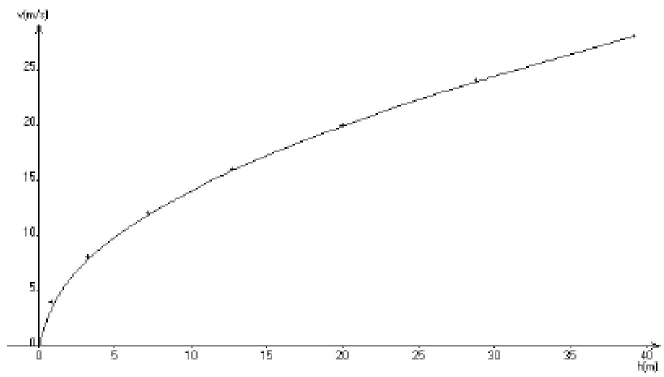
On va étudier la chute libre d'une bille en acier (m=90 g).
A l'aide d'un logiciel, nous pouvons enregistrer le mouvement de chute libre de la bille et en réaliser une chronophotographie.

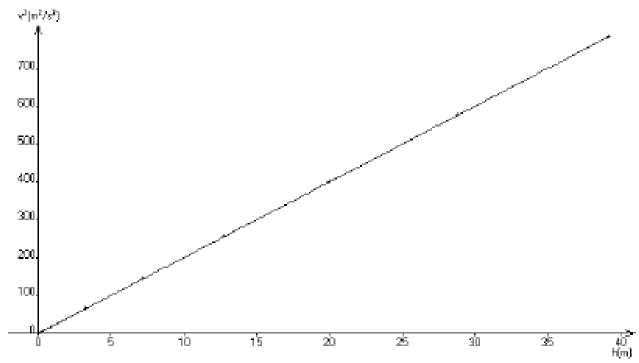
On peut alors relever les mesures suivantes :




| Temps t (en s) | Hauteur h (en m) | Vitesse v (en $m.s^{-1}$) | Energie cinétique (en J) | W poids (en J) |
|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| 0,40 | 0,80 | 4,00 | | |
| 0,80 | 3,20 | 8,00 | | |
| 1,20 | 7,20 | 12,00 | | |
| 1,60 | 12,80 | 16,00 | | |
| 2,00 | 20,00 | 20,00 | | |
| 2,40 | 28,80 | 24,00 | | |
| 2,80 | 39,20 | 28,00 | | |

- Tracer sur du papier millimétré v=f(h) puis v²=f(h). Que pouvons-nous dire grâce à la 2ème courbe ?
- Trouver le coefficient directeur de la droite que vous avez tracé. Ne vous rappelle t-il pas un nombre ? Ecrire la relation alors obtenue.
- Calculer l'énergie cinétique de la bille à chaque position et complétez le tableau.
- Calculer le travail du poids à chaque position.
- Conclusion ?





- $v^2$ est proportionnelle à h
- $v^2 = 20 \times h \rightarrow \boxed{v^2 = 2gh}$
- On voit que $\boxed{E_C = W(\vec{P})}$.
  En effet :
  $v^2 = 2 \times g \times h \Leftrightarrow$
  $\frac{1}{2} \times m \times v^2 = m \times g \times h$

| Temps t (en s) | Hauteur h (en m) | Vitesse instantanée v (en $m.s^{-1}$) | Energie cinétique (en J) | W poids (en J) |
|---|---|---|---|---|
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0 | 0 |
| 0,40 | 0,80 | 4,00 | 0.72 | 0.72 |
| 0,80 | 3,20 | 8,00 | 2.9 | 2.9 |
| 1,20 | 7,20 | 12,00 | 6.5 | 6.5 |
| 1,60 | 12,80 | 16,00 | 12 | 12 |
| 2,00 | 20,00 | 20,00 | 18 | 18 |
| 2,40 | 28,80 | 24,00 | 26 | 26 |
| 2,80 | 39,20 | 28,00 | 35 | 35 |

- **Généralisation : Théorème de l'énergie cinétique pour un solide en translation :**

**Dans un référentiel galiléen, au cours d'un mouvement de translation quelconque d'un solide de la position A à la position B, la variation de son énergie cinétique est égale au travail des forces qu'il subit.**

$$Ec_B - Ec_A = \sum W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})$$

$$\boxed{\Delta Ec = \sum W_{AB}(\overrightarrow{F_{ext}})}$$

- **Remarque :**

C'est le travail des forces extérieures appliquées qui fait varier l'énergie cinétique du solide *(on dit que le travail mécanique est un mode de transfert de l'énergie).*
Si le travail d'une force est positif (donc moteur), il accroît l'énergie cinétique du solide donc sa vitesse.

## 3. Energie mécanique

- **Rappel**

Dans un référentiel donné, un solide possède une certaine énergie potentielle selon l'endroit ou il se trouve et une certaine énergie cinétique selon sa vitesse.

**Par définition, l'énergie mécanique d'un solide est la somme de son énergie cinétique et de son (ou ses) énergie potentielle:**

$$\boxed{E_m = E_c + \sum E_p}$$

- **Dans le cas ou il n'y a que des forces conservative qui travaillent**

(Il peut y a voir d'autre force qui ne travaillent pas)

Exemple de la chute libre
Référentiel : terrestre considéré comme galiléen
Système : une bille
Forces appliquée : le poids

Théorème de l'énergie cinétique : $Ec_B - Ec_A = \Sigma W_{AB}(F_{ext})$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = AB.P.\cos\alpha$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(z_A - z_B)$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B$$

$$Ec_A + Epp_A = Ec_B + Epp_B = cst$$

$$Em_A = Em_B$$

$$Em = cst$$

**Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou des forces non conservative) dont le travail est nul, son énergie mécanique se conserve**

$$\boxed{Em = Ec + Ep = cste}$$

La variation d'énergie mécanique au cours du mouvement est donc nulle :

$$\Delta Em = \Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad \text{Soit} \qquad \Delta Ec = -\Delta Ep$$

**Lorsqu'il y a conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert total de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement.**

- **<u>Dans le cas ou des forces non conservatives travaillent</u>**

Théorème de l'énergie cinétique :

$$\begin{aligned} \Delta Ec &= \sum W_{AB}(F_{ext}) \\ &= \sum W_{AB}(F_{concervatives}) + \sum W_{AB}(F_{non\ conservatives}) \\ &= -\Delta Ep + \sum W_{AB}(F_{non\ conservatives}) \end{aligned}$$

$$\Delta Ec + \Delta Ep = \sum W_{AB}(F_{non\ conservatives})$$
$$\Delta Em = \sum W_{AB}(F_{non\ conservatives})$$

**Lorsqu'un système est soumis à des forces conservatives et/ou des forces non conservative qui travaillent, son énergie mécanique Em ne se conserve pas, sa variation est égale au travail des forces non conservatives :**

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta Em = \sum W_{AB}(F_{non\ conservatives})}}\ \boldsymbol{<0}$$

**Lorsqu'il y a non conservation de l'énergie mécanique, il y a transfert partiel de l'énergie potentielle en énergie cinétique ou inversement. L'énergie mécanique du système diminue au cours du mouvement, une partie de l'énergie a été dissipée (par transfert thermique dans le cas des forces de frottement)**