chapitre 11

Mouvement dans un champ de pesanteur

COURS

1 Accélération d'un solide en chute libre

Un objet est en **chute libre** lorsqu'il n'est soumis qu'à l'action de son poids. Dans un référentiel galiléen, le vecteur accélération d'un corps en chute libre est égal au vecteur champ de pesanteur au lieu considéré : $\vec{a} = \vec{g}$.

REMARQUES : – L'accélération est indépendante de la masse de l'objet.
– L'accélération est indépendante des conditions initiales (vitesse de lancer).

2 Équations horaires et trajectoire d'un projectile en chute libre

Soit un solide de centre de gravité G, en chute libre. Si le solide est lancé du point $A(x_A, y_A, z_A)$ dans un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs accélération et vitesse ont respectivement pour coordonnées dans ce repère $(O\,;\vec{k})$ étant la verticale ascendante :

$$\begin{aligned} a_x &= 0 \\ a_y &= 0 \\ a_z &= -g \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} v_x = v_{x_0} \\ v_y = v_{y_0} \\ v_z = -gt + v_{z_i} \end{cases}$$

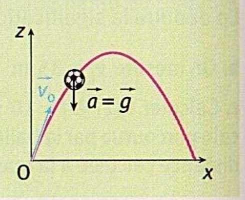
Les **équations horaires paramétriques** sont les équations donnant l'évolution des coordonnées de G au cours du temps : $\begin{cases} x(t) = v_{x_0} t + x_A \\ y(t) = v_{y_0} t + y_A \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{z_0} t + z_A. \end{cases}$

La **trajectoire du projectile est plane** dans le plan $(A\,;\vec{i}, \vec{k})$; c'est le plan passant par A et contenant $\vec{g}$ et $\vec{v}_0$, encore appelé plan du lancer.

REMARQUE : On obtient toutes ces équations en intégrant successivement la seconde loi de Newton et en tenant compte des conditions initiales.

Exemple

Un solide est lancé d'un point O avec une vitesse initiale faisant un angle α avec l'horizontale.
Comme $\vec{a} = \vec{g}$, la seconde loi de Newton appliquée au solide se projette en $a_x = 0$, $a_y = 0$ et $a_z = -g$.



COURS

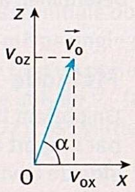
Une 1re intégration donne : $v_x = v_0 \cos\alpha$, $v_y = 0$ et $v_z = -gt + v_0 \sin\alpha$.
Une 2e intégration conduit aux équations horaires paramétriques :

$$x(t) = v_0 t \cos\alpha, \quad y(t) = 0 \quad \text{et} \quad z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \sin\alpha.$$

Comme $y(t) = 0$, la trajectoire est comprise dans le plan (xOz).

L'équation de la trajectoire du solide en chute libre, soit $z(x)$, s'obtient en éliminant le temps des équations horaires paramétriques.

Si $\vec{v}_0 = \vec{0}$ ou si $\vec{v}_0$ et $\vec{g}$ sont colinéaires $\left(\alpha = \pm\frac{\pi}{2}\right)$, la trajectoire est rectiligne et verticale. Sinon, la trajectoire est une **parabole**.



Exemple

Reprenons l'exemple précédent, dans le cas où $\alpha \neq \pm\frac{\pi}{2}$.

Des équations horaires paramétriques, on déduit $t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$. On a donc

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + v_0 \sin\alpha \frac{x}{v_0 \cos\alpha} = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2\alpha} + x \tan\alpha.$$

REMARQUE : Dans le cas d'une trajectoire parabolique, la distance entre le point de lancer du projectile et son point d'impact est appelée **portée** du tir ; la hauteur maximale atteinte est appelée **flèche** de la trajectoire.

Questions de cours

solution p. 219

a. **L'allure de la trajectoire dépend-elle de la masse du projectile ?**

b. **Quelle composante de la vitesse s'annule au sommet de la trajectoire parabolique d'un projectile ?**

c. **Les équations horaires paramétriques du mouvement d'un projectile contiennent-elles plus, ou moins d'informations que l'équation cartésienne de sa trajectoire ?**

d. **Peut-on lancer un projectile dans un champ de pesanteur uniforme de telle sorte que sa trajectoire ne soit ni parabolique, ni rectiligne ?**

e. **Si la vitesse initiale d'un projectile en chute libre est nulle, quelle est la forme de sa trajectoire ?**