MOUVEMENT DES PLANETES ET DES SATELLITES TS

❖ EXERCICE N°1

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement de quelques planètes du système solaire et de déterminer la masse de l'astéroïde Rhea Sylvia, récemment découvert par une équipe d'astronomes. Celui-ci a la forme d'une grosse pomme de terre mesurant quelques centaines de kilomètres.

Par souci de simplification, dans tout l'exercice, les astres étudiés sont considérés à répartition sphérique de masse.

Donnée : constante de gravitation universelle $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ S.I

Les représentations vectorielles demandées sont à effectuer sans souci d'échelle.

En hommage à Kepler

« Johannes Kepler, né le 27 décembre 1571 à Weil der Stadt, près de Stuttgart (Allemagne), mort le 15 novembre 1630 à Ratisbonne, est un astronome célèbre. Il a étudié et confirmé l'hypothèse héliocentrique (la Terre tourne autour du Soleil) de Nicolas Copernic. Il a également découvert que les trajectoires des planètes n'étaient pas des cercles parfaits centrés sur le Soleil mais des ellipses. En outre, il a énoncé les lois (dites lois de Kepler) qui régissent les mouvements des planètes sur leurs orbites. »

Planètes en orbite elliptique.

La figure 1 ci-dessous représente la trajectoire elliptique du centre d'inertie M d'une planète du système solaire de masse m dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen. Les deux foyers F_1 et F_2 de l'ellipse et son centre O sont indiqués.

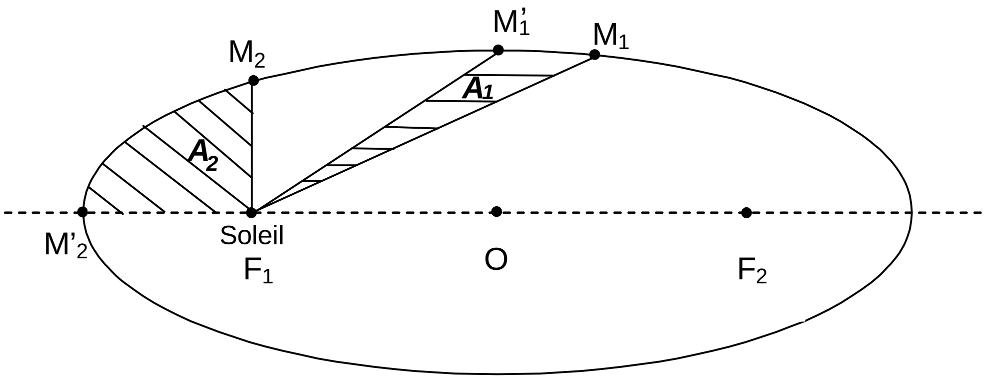
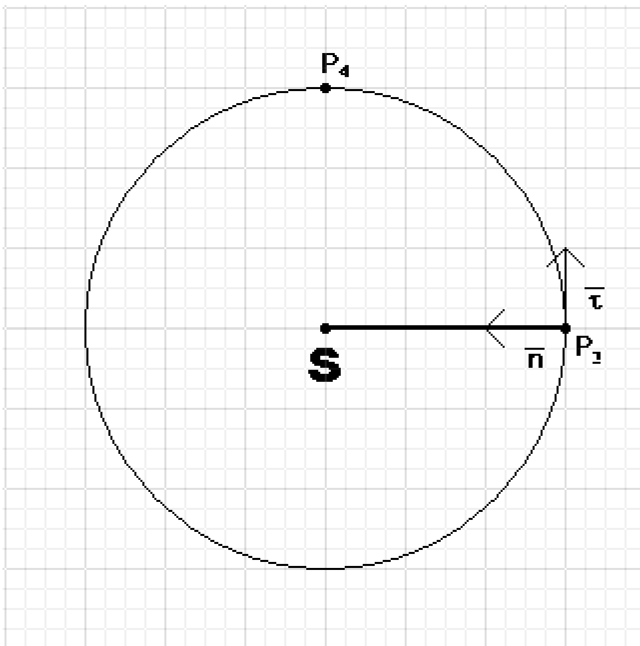


Figure 1

1°>	En utilisant une des lois de Kepler, justifier la position du Soleil indiquée sur la figure 1.
2°>	On suppose que les durées de parcours entre les points M_1 et M'_1 puis M_2 et M'_2 sont égales. En utilisant une des lois de Kepler, trouver la relation entre les aires hachurées A_1 et A_2 sur la figure 1.
3°>	La valeur de la vitesse moyenne entre les points M_1 et M'_1 est-elle inférieure, égale ou supérieure à celle entre les points M_2 et M'_2 ? Justifier.

Planètes en orbite circulaire.

Dans cette partie, pour simplifier, on modélise les trajectoires des planètes du système solaire dans le référentiel héliocentrique par des cercles de rayon r dont le centre O est le Soleil de masse m_S.



1°>	Représenter sur la **figure ci-contre** la force de gravitation $\overrightarrow{F_3}$ exercée par le Soleil sur une planète quelconque du système solaire de masse *m* dont le centre d'inertie est situé au point P_3.
2°>	Donner l'expression vectorielle de cette force au point P_3, en utilisant le vecteur unitaire $\overrightarrow{n}$.

Pour la suite on considère que les valeurs des autres forces de gravitation s'exerçant sur la planète sont négligeables par rapport à la valeur de $\overrightarrow{F_3}$.

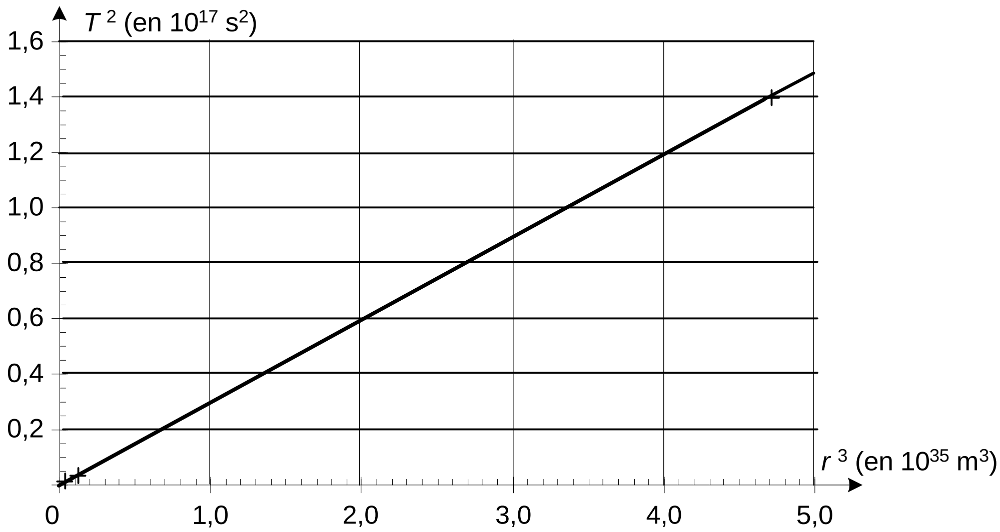
3°>	En citant la loi de Newton utilisée, déterminer l'expression du vecteur accélération $\overrightarrow{a_3}$ du centre d'inertie d'une planète quelconque de masse *m* du système solaire dont le centre d'inertie est situé au point P_3.

4°> Représenter sur la **même figure** les vecteurs accélérations $\overrightarrow{a_3}$ et $\overrightarrow{a_4}$ du centre d'inertie d'une planète quelconque du système solaire respectivement aux points P_3 et P_4.

5°> En déduire la nature du mouvement du centre d'inertie d'une planète quelconque de masse *m* du système solaire.

6°> Le graphe ci-dessous représente l'évolution du carré de la période de révolution des planètes Terre, Mars et Jupiter en fonction du cube du rayon de leur orbite. Ce graphe est-il en accord avec la troisième loi de Kepler ?

$T^2 = f(r^3)$



7°> En utilisant le graphe $T^2 = f(r^3)$, montrer que $\frac{T^2}{r^3} = 3{,}0.10^{-19}$ SI

« Une équipe composée de Franck Marchis (université de Californie à Berkeley) et de trois astronomes de l'Observatoire de Paris, Pascal Descamps, Daniel Hestroffer et Jérome Berthier, vient de découvrir un astéroïde, nommé Rhea Sylvia, qui gravite à une distance constante du Soleil avec une période de révolution de 6,521 ans. »

D'après un article paru dans LE MONDE le 13.07.2005

8°> À l'aide des données de l'article précédent et du résultat de la question 7, calculer la distance séparant les centres respectifs de Rhea Sylvia et du Soleil. *Donnée : 1 an = 365 jours*

La troisième loi de Kepler comme balance cosmique…

« Grâce au Very Large Telescope de l'European Southern Observatory (ESO) au Chili, les astronomes ont également découvert que Rhea Sylvia était accompagné de deux satellites baptisés Remus et Romulus. Leurs calculs ont montré que les deux satellites décrivent une orbite circulaire autour de Rhea Sylvia ; Romulus effectue son orbite en 87,6 heures. Les distances entre les centres de chaque satellite et le centre de Rhea Sylvia sont respectivement de 710 kilomètres pour Remus et 1360 kilomètres pour Romulus.»

D'après un article paru dans LE MONDE le 13.07.2005

On s'intéresse désormais au mouvement circulaire uniforme du centre d'inertie d'un satellite de Rhéa Sylvia. L'étude est faite dans un référentiel "Rhéa Sylvia-centrique" muni d'un repère dont l'origine est le centre de Rhéa Sylvia et dont les trois axes sont dirigés vers des étoiles fixes.

9°> On rappelle que la troisième loi de Kepler a pour expression littérale : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}$. Retrouver cette expression à l'aide de l'expression de la période de révolution T de Rémus et de la 2ème loi de newton dans le cadre de l'étude du mouvement de Remus de masse m, autour de Rhea Sylvia,de masse M. La distance entre le centre du satellite et de Rhéa-sylivia sera noté r.

10°> Donner la signification de chaque grandeur ainsi que unité de chaque terme de l'expression précédente. En déduire l'unité de G dans le système international.

11°> À l'aide des données de l'article précédent et de la troisième loi de Kepler, déterminer la masse de l'astéroïde Rhea Sylvia.

❖ EXERCICE N°2

Les satellites d'observation sont des objets spatiaux en orbite circulaire autour de la Terre. Leur mission principale est d'effectuer des observations de l'atmosphère, des océans, des surfaces émergées et des glaces, et de transmettre à une station terrestre les données ainsi obtenues.

1. ENVISAT : un satellite circumpolaire.

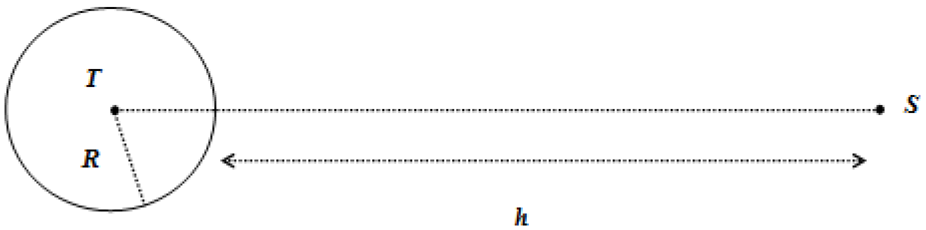
C'était le plus gros satellite européen d'observation lors de son lancement le 1er mars 2002. Ses capteurs peuvent recueillir des données à l'intérieur d'une bande de largeur au sol de 3000 km permettant une observation biquotidienne de l'ensemble de la planète.

Données : Constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ USI

ENVISAT : masse : $m = 8200$ kg
altitude moyenne : $h = 800$ km
orbite contenue dans un plan passant par les pôles

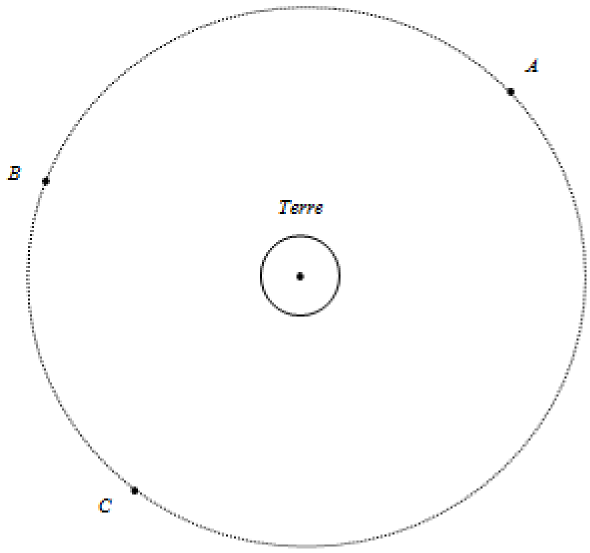
TERRE : masse : $m_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg
rayon : $R = 6{,}38 \times 10^{3}$ km
période de rotation propre : 1436 minutes

1°> Représenter sur la **figure ci-dessous** la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre (sa répartition de masse étant supposée à symétrie sphérique) sur le satellite supposé ponctuel et noté S. Donner l'expression vectorielle de cette force en représentant le vecteur unitaire choisi sur la figure. Calculer la valeur de cette force.



2°> En considérant la seule action de la Terre, établir l'expression vectorielle de l'accélération du satellite dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen, en fonction de m_T, h et R.

3°> Sur la **figure ci-dessous,** représenter, *sans souci d'*échelle, le vecteur accélération à trois dates différentes correspondant aux positions A, B et C du satellite.



4°> Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, (dont on admettra sans démonstration qu'il est uniforme), la vitesse du satellite a pour expression : $v = \sqrt{\dfrac{G.m_T}{R+h}}$. Calculer la vitesse du satellite en $km.s^{-1}$.

5°> Donner l'expression de la période de révolution du satellite en fonction de sa vitesse et des caractéristiques de la trajectoire R et h. Puis calculer sa valeur.

2. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

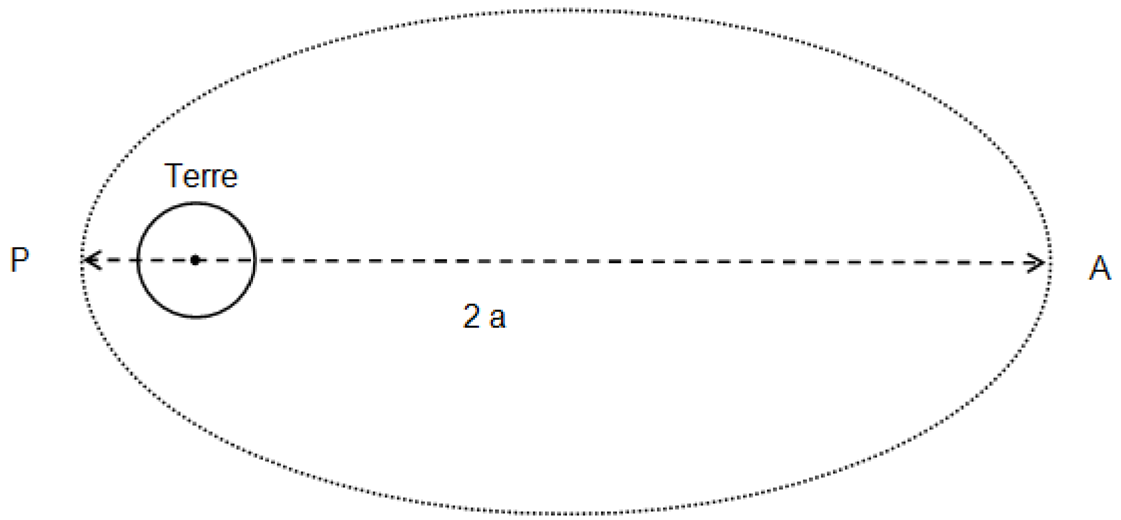
Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002. Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004.
La position d'un satellite géostationnaire parait fixe aux yeux d'un observateur terrestre. Situé à une altitude H voisine de 36000 km, il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

1°>	Donner les trois conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.

Troisième loi de Képler dans le cas général d'une trajectoire elliptique :
Pour tous les satellites, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube du demi-grand axe « a » de sa trajectoire est le même : $\frac{T^2}{a^3}$ = constante = K.
Dans le cas d'une trajectoire circulaire a = r (rayon de la trajectoire).

2°>	En utilisant les réponses aux questions 1.4 et 1.5, établir l'expression de la constante K en fonction de G et m_T pour les satellites étudiés. Calculer K dans le système international d'unités.
3°>	En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur de R+H, puis celle de H.

La mise en place du satellite sur l'orbite géostationnaire s'effectue en plusieurs étapes.
Tout d'abord, ARIANE 5 amène le satellite hors de l'atmosphère et le largue sur une orbite de transfert. L'orbite de transfert parcourue par le satellite est une ellipse (voir figure ci-dessous) dont le périgée **P** se situe à une altitude voisine de 200 km et l'apogée **A** à l'altitude de l'orbite géostationnaire voisine de 36000 km.
Ensuite le « moteur d'apogée » du satellite lui permettra d'obtenir la vitesse nécessaire à sa mise sur orbite géostationnaire lors des passages successifs par l'apogée.



4°>	À l'aide des données ci-dessus, calculer la longueur a du demi-grand axe de la trajectoire sur cette orbite de transfert.
5°>	À l'aide de la troisième loi de Képler, en déduire la période T du satellite sur cette orbite de transfert.