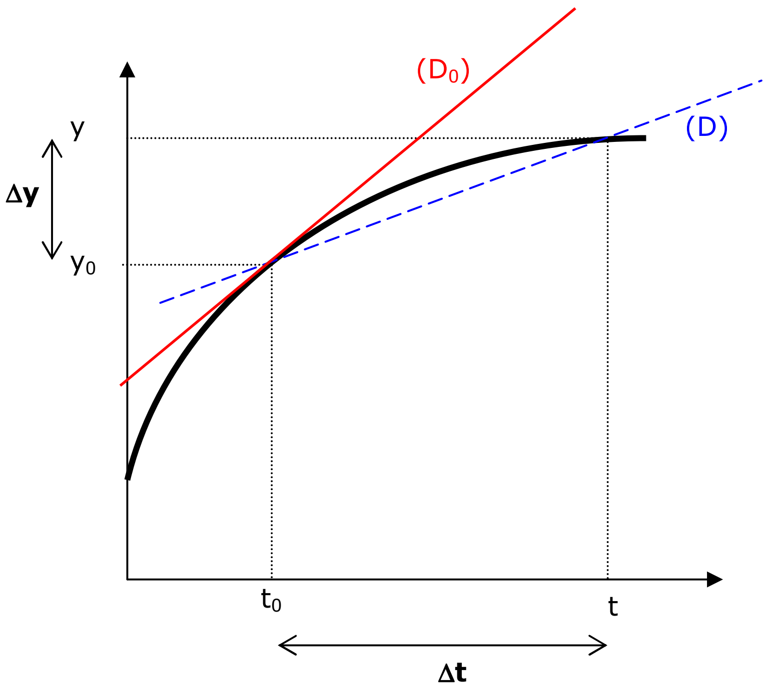
CALCUL DE VITESSE ET NOTION DE DERIVEE EN PHYSIQUE

I. Présentation de la notation différentielle :

Mathématiques	Physique
Soit la fonction **y = f(x)** ou y est une grandeur qui dépend de la variable x.	Soit la fonction **y = f(t)** ou y est une grandeur qui dépend de la variable t.
Notation du nombre dérivé (ou valeur de la dérivée) en x_0 : $f'(x_o)$	Notation <u>différentielle</u> de la valeur de la dérivée en t_0 : $y'(t_0) = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t_0}$
Définition : $f'(x_o) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim\limits_{h \to h_0} \left(\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}\right)$ avec $x = x_0 + h$	Définition : $y'(t_0) = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t_0} = \lim\limits_{t \to t_0} \frac{y-y_0}{t-t_0} = \lim\limits_{t \to t_0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)$
La fonction dérivée a une expression telle qu'en dérivant f(x) et en prenant sa valeur en x_0, on obtient la valeur du nombre dérivé en x_0.	Intérêts de la notation différentielle : - elle permet de ne pas oublier sa définition - elle précise quelle est la variable par rapport à laquelle on dérive
Opérations sur les dérivées : $(f+g)' = f' + g'$ Si f est une fonction constante, alors $f' = 0$ $(a.f)' = a.f'$	Opérations sur les dérivées : soit y et z des grandeur dépendant du temps et a une constante: $\left(\frac{d(y+z)}{dt}\right)_{t_0} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t_0} + \left(\frac{dz}{dt}\right)_{t_0}$ $\left(\frac{d(ay)}{dt}\right)_{t_0} = a.\left(\frac{dy}{dt}\right)_{t_0}$

II. Interprétation graphique :

Courbe représentative de y = f(t)



$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y-y_0}{t-t_0}$ correspond au coefficient directeur de la droite (D)

Lorsque t tend vers t_0, alors y tend vers y_0 et la droite (D) tend vers la droite (D_0) qui est la tangente à la courbe représentative de y=f(t) en t_0.

Or on sait que $\lim\limits_{t \to t_0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right) = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t_0}$

La valeur coefficient directeur de la tangente à la courbe en t = t_0 correspond donc à la valeur de la dérivée de y par rapport au temps à t = t_0

III. Calcul de vitesse en mécanique :

Vitesse moyenne d'un mobile entre les points M_1 et M_2 d'abscisses respectives x_1 et x_2:

$$\boxed{v_{moyenne} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Vitesse instantanée d'un mobile à la date t_1 : il s'agit de la vitesse moyenne du mobile lorsque t_2 tend vers t_1 c'est-à-dire pour un intervalle de temps très court, on a alors Δt qui tend vers 0.

$$\boxed{V_{intantanée} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_1}}$$

Il s'agit de la dérivée de la distance par rapport au temps à la date t_1

Détermination graphique de la vitesse instantanée du mobile à partir de la courbe représentative de x = f(t)

A l'instant t_1, on trace la tangente à la courbe. On détermine son coefficient directeur qui donne la valeur de $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_1}$.

IV. Calcul de vitesse en chimie

Vitesse molaire moyenne d'une transformation chimique entre les avancements x_1 et x_2 :

$$\boxed{v_{moyenne} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$$

Vitesse molaire instantanée d'une transformation chimique à la date t_1 : il s'agit de la vitesse moyenne de la transformation lorsque t_2 tend vers t_1 c'est-à-dire pour un intervalle de temps très court, on a alors Δt qui tend vers 0.

$$\boxed{V_{intantanée} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_1}}$$

Il s'agit de la dérivée de l'avancement par rapport au temps à la date t_1

Vitesse molaire volumique instantanée : En divisant par V, on se ramène à un litre de solution et on obtient une vitesse molaire volumique.

A un instant t : $v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$ avec x, l'avancement de la transformation, t le temps et V, le volume du mélange réactionnel.

Détermination graphique de la vitesse molaire volumique instantanée de la transformation à partir de la courbe représentative de x = f(t)

A l'instant t_1, on trace la tangente à la courbe. On détermine son coefficient directeur qui donne la valeur de $\left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_1}$ puis on divise ce résultat par V.